## SECT. IX.

### *The Solution of some Problems depending on the Methods aforegoing.*

#### PROP. I.

163. *LET* AMD *be a Curve* (AP $= x$, PM $= y$, AB $= a$) *of such a Nature, that the Value of the Ordinate* y *is expressed by a Fraction, the Numerator and Denominator of which, do each of them become* o *when* $x = a$, viz. *when the Point* P *coincides with the given Point* B. *It is required to find what will then be the Value of the Ordinate* BD. FIG. 130.

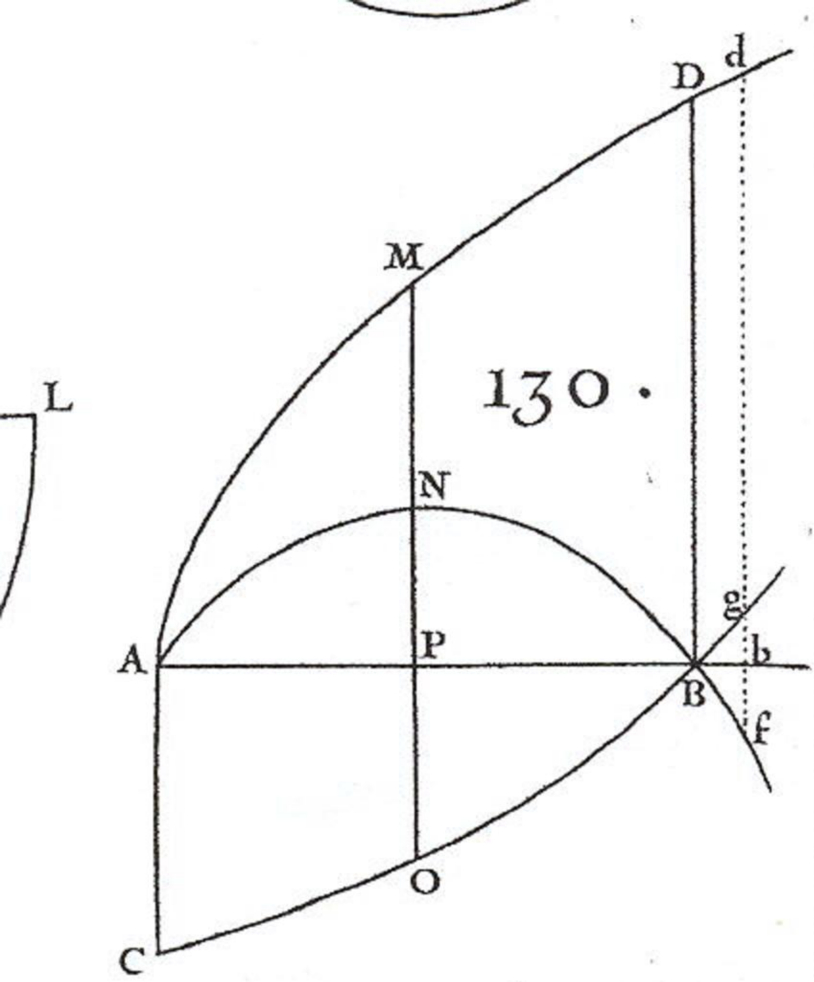
Let $ANB$, $COB$, be two Curves (having the Line $AB$ as a common Axis) of such a Nature, that the Ordinate $PN$ expresses the Numerator, and the Ordinate $PO$ the Denominator of the general Fraction representing any Ordinate $PM$: So that $PM = \frac{AB \times PN}{PO}$. Then it is manifest, that these two Curves will meet one another in the Point $B$; since by the Supposition $PN$, $PO$, do each become o when the Point $P$ falls in $B$. This being supposed, if an Ordinate $bd$ be imagined infinitely near to $BD$, cutting the Curves $ANB$, $COB$,

$COB$, in the Points $f$, $g$; then will $bd = \frac{AB \times bf}{bg}$, which will be* equal to $BD$. Now our Business is only to find the Relation of $bg$ to $bf$. In order thereto it is manifest, when the Abscis $AP$ becomes $AB$, the Ordinates $PN$, $PO$, will be o, and when $AP$ becomes $Ab$, they do become $bf$, $bg$. Whence it follows, that the said Ordinates $bf$, $bg$, themselves, are the Fluxions of the Ordinates in $B$ and $b$, with regard to the Curves $ANB$, $COB$; and consequently, if the Fluxion of the Numerator be found, and that be divided by the Fluxion of the Denominator, after having made $x = a = Ab$ or $AB$, we shall have the Value of the Ordinates $bd$ or $BD$ sought. Which was to be found.

* Art. 2.

### Example I.

164. Let $y = \frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{aax}}{a - \sqrt[4]{ax^3}}$. Now it is manifest when $x = a$, that the Numerator and Denominator of the Fraction will each be equal to o. Therefore we must assume the Fluxion of the Numerator $\frac{a^3\dot{x} - 2x^3\dot{x}}{\sqrt{2a^3x - x^4}} - \frac{aa\dot{x}}{3\sqrt[3]{aax}}$, and divide it by the Fluxion of the Denominator $-\frac{3a\dot{x}}{4\sqrt[4]{a^3x}}$, after having made $x = a$, *viz.* divide $-\frac{4}{3}a\dot{x}$ by $-\frac{3}{4}\dot{x}$; and there comes out $\frac{16}{9}a = BD$.


L
D
d
M
130.
N
g
A
P
b
B
f
O
C

# SECTION IX.

*Solution de quelques Problêmes qui dépendent des Méthodes précédentes.*

## PROPOSITION I.

### PROBLÉME.

163. SOIT *une ligne courbe* AMD ( *Fig.* 130. *Pl.* 7. )( AP = x, PM = y, AB = a) *telle que la valeur de l'appliquée* y *ſoit exprimée par une fraction, dont le numérateur & le dénominateur deviennent chacun zero lorſque* x = a, *c'eſt-à-dire, lorſque le point* P *tombe ſur le point donné* B. *On demande quelle doit être alors la valeur de l'appliquée* BD.

Soient entendues deux lignes courbes ANB, COB, qui ayent pour axe commun la ligne AB, & qui ſoient telles que l'appliquée PN exprime le numérateur, & l'appliquée PO le dénominateur de la fraction générale qui convient à toutes les PM : de ſorte que $PM = \frac{AB \times PN}{PO}$. Il eſt clair que ces deux courbes ſe rencontreront au point B; puiſque par la ſuppoſition PN & PO deviennent chacune zero, lorſque le point P tombe en B. Cela poſé, ſi l'on imagine une appliquée *bd* infiniment proche de BD, & qui rencontre les lignes courbes ANB, COB aux points *f*, *g*; l'on aura *bd*

$= \frac{AB \times bf}{bg}$, laquelle (*Art.* 2.) ne différe pas de BD. Il n'eſt donc queſtion que de trouver le rapport de $bg$ à $bf$. Or il eſt viſible que la coupée AP devenant AB, les appliquées PN, PO deviennent nulles, & que AP devenant A$b$, elles deviennent $bf$, $bg$. D'où il ſuit que ces appliquées, elles mêmes $bf$, $bg$, ſont la différence des appliquées en B & $b$ par rapport aux courbes ANB, COB; & partant que ſi l'on prend la différence du numérateur, & qu'on la diviſe par la différence du dénominateur, après avoir fait $x = a = Ab$ ou AB, l'on aura la valeur cherchée de l'appliquée $bd$ ou BD. Ce qu'il falloit trouver.

### EXEMPLE. I.

164. SOIT $y = \frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{aax}}{a - \sqrt[4]{ax^3}}$. Il eſt clair que lorſque $x = a$, le numérateur & le dénominateur de la fraction deviennent égaux chacun à zero. C'eſt pourquoi l'on prendra la différence $\frac{a^3dx - 2x^3dx}{\sqrt{2a^3x - x^4}} - \frac{aadx}{3\sqrt[3]{axx}}$ du numérateur, & on la diviſera par la différence $-\frac{3adx}{4\sqrt[4]{a^3x}}$ du dénominateur, après avoir fait $x = a$, c'eſt-à-dire, qu'on diviſera $-\frac{4}{3}adx$ par $-\frac{3}{4}dx$; ce qui donne $\frac{16}{9}a$ pour la valeur cherchée de BD.